

Appendice C

Relazioni ed osservazioni utili

In questa appendice sono raccolte alcune formule ed osservazioni utili per la risoluzione degli esercizi.

C.1 Trigonometria

Di sovente si usano le seguenti uguaglianze:

$$\boxed{\sin^2 x + \cos^2 x = 1}$$

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x \quad \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\sin x \equiv \sin 2\frac{x}{2} = 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}$$

$$\cos x \equiv \cos 2\frac{x}{2} = \cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2} = 1 - 2 \sin^2 \frac{x}{2} = 2 \cos^2 \frac{x}{2} - 1$$

Da questa serie di uguaglianze ricaviamo subito:

$$\sin \frac{x}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}} \quad \cos \frac{x}{2} = \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}$$

C.2 Formule di geometria analitica

C.2.1 Equazione di una retta passante per due punti

Siano $P_1(x_1, y_1)$ e $P_2(x_2, y_2)$ due punti del piano (O, x, y) . L'equazione della retta congiungente i due punti è:

$$\boxed{\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}$$

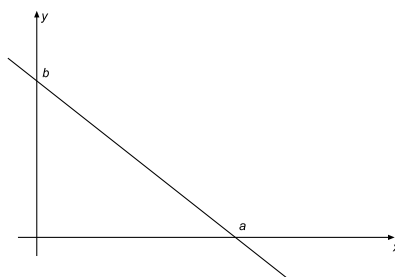


Figura C.1: Retta non passante per l'origine.

C.2.2 Equazione segmentaria di una retta non passante per l'origine

Se con a e b indichiamo, rispettivamente, il punto intercettato dalla retta sull'asse delle x e quello intercettato sull'asse delle y , l'equazione segmentaria di una retta non passante per l'origine è:

$$\boxed{\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1}$$

C.2.3 Equazione della circonferenza

L'equazione della circonferenza di raggio r e centro (x_0, y_0) è:

$$\boxed{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2}$$

C.2.4 Ellisse

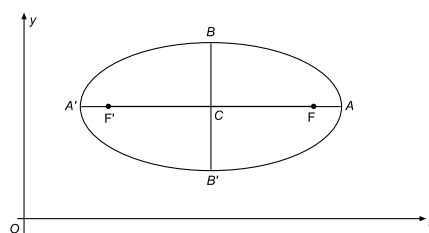


Figura C.2: Ellisse di centro $C(x_0, y_0)$ e con asse maggiore parallelo all'asse x .

Risulta:

- Lunghezza dell'asse maggiore $A'A = 2a$;
- Lunghezza dell'asse minore $B'B = 2b$;

- Distanza tra il centro C ed il fuoco F o F' :

$$c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

- Eccentricità

$$\varepsilon = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$$

- Equazione in coordinate cartesiane:

$$\boxed{\frac{(x - x_0)^2}{a^2} + \frac{(y - y_0)^2}{b^2} = 1}$$

- Se P è un generico punto dell'ellisse, risulta:

$$PF + PF' = 2a$$

Se l'asse maggiore è parallelo all'asse y , formalmente, nelle relazioni precedenti, va cambiato x con y .

